

Исследование динамики спектра нормальных волн в задачах распространения радиоволн в условиях слоисто-неоднородной тропосферы

О.В. Смирнова

Центральный научно-исследовательский институт «Циклон»
107207, г. Москва, ш. Щелковское, 77
E-mail: oksanasmirnova@yandex.ru

Представлены результаты исследования динамики спектра нормальных волн для модели вертикального индекса преломления среды в виде модели «ступенька». Проанализированы закономерности изменения спектра нормальных волн в зависимости от условий распространения и длины радиоволны.

Ключевые слова: нормальные волны, распространение радиоволн, тропосферный волновод

Investigation of the proper mode spectrum dynamics in radio wave propagation problems for layered inhomogeneous media conditions

O.V. Smirnova

Joint Stock Company "Central Scientific-Research Institute "Cyclone"

This paper presents the results of investigation into the proper mode spectrum dynamics for a vertical refractive index profile modeled as a "stair-step" model. The study examines how the spectrum varies with radiometeorological conditions and operating wavelength.

Keywords: proper mode, radio wave propagation, tropospheric duct

Введение

Необходимым этапом в задачах распространения радиоволн является исследование спектра нормальных волн. Оно позволяет выявить закономерности формирования поля в зависимости от среды распространения и длины радиоволны. Для нахождения спектра используется метод нормальных волн (МНВ) для тропосферного волновода с кусочно-линейным профилем индекса преломления.

В настоящее время вопросы закономерности эволюции спектра нормальных волн при изменении условий среды распространения изучены недостаточно полно. Цикл работ, посвященных исследованию траекторий корней характеристического уравнения в задачах распространения радиоволн СДВ радиоволн в волноводе «Земля – ионосфера», был выполнен на кафедре радиофизики Ленинградского государственного университета под руководством проф. Макарова Г.И [3, 4]. Было установлено, что в некоторых задачах корни локализованы на нескольких листах римановой поверхности. Листы соединяются друг с другом разрезами, которые проводятся по определенным правилам. Установлено, что в определенных условиях корни могут переходить через эти разрезы с одного спектрального листа на другой и могут возникнуть ситуации, когда все корни будут находиться на несектральных листах римановой поверхности. При варьировании высоты инверсионного слоя наблюдается эффект увеличения числа корней на первом листе. Помимо вычетов в полюсах подынтегральной функции вклад в поле дают и интегралы по берегам разрезов, которые отождествляются с вкладом сплошного спектра нормальных волн. В обзоре [2] приведены траектории нескольких первых корней как вертикальной, так и горизонтальной ветвей для билинейной модели индекса преломления тропосферы в зависимости от высоты волновода. Согласно [1] в случае

наличия инверсии на плоскости комплексного переменного t можно выделить две совокупности корней (ветви). Вертикальная ветвь соответствует спектру дифракционных волн соскальзывания. Горизонтальная ветвь формируется совокупностью волноводных мод и волн типа «шепчущей галереи».

Таким образом, исследование спектра нормальных волн в слоисто-неоднородной среде является актуальной задачей, направленной, в первую очередь, на анализ условий формирования модовой структуры, выявление закономерностей миграции корней на комплексной плоскости и оценку их влияния на механизмы аномального распространения радиоволн.

Цель данной работы – исследование закономерности динамики спектра нормальных волн в задачах распространения радиоволн в слоисто-неоднородной тропосфере для простой модели вертикального профиля индекса преломления в виде «ступеньки».

Численный метод нахождения корней характеристического уравнения

Наиболее трудоемкой частью МНВ является нахождение корней характеристического уравнения, так как эффективные и удобные методы вычисления корней высших трансцендентных функций комплексного переменного и их комбинаций до сих пор не разработаны. Задача нахождения спектра нормальных волн заключается в нахождении корней целой функции спектрально переменной t , у которой нет точек ветвления. Даже случае однородной среды учет сферичности Земли в рамках параболического приближения приводит к необходимости использования трансцендентных функций Эйри. Переход к слоисто-неоднородной тропосфере требует решения краевых задач для дифференциальных уравнений более высокого порядка, чем уравнение Стокса-Эйри. Поскольку класс профилей индекса преломления, допускающих аналитическое решение весьма ограничен, то общепринятым является использование кусочно-линейное описание неоднородных свойств среды. Однако результирующее характеристическое уравнение является крайне громоздким, что существенно затрудняет поиск его корней и проведение анализа спектра.

В качестве модели вертикального индекса преломления тропосферы выбрана кусочно-постоянная функция:

$$N(r) = \begin{cases} N_0 = \text{const}, & a \leq r < r_1 = a + h \\ 0, & r > r_1 \end{cases}, \quad (1)$$

где a – радиус Земли.

В дальнейшем модель волновода (1) для краткости называется «ступенькой». Она схематично описывает приводные волноводы и содержит всего два параметра: высоту инверсии h и параметр N_0 , характеризующий мощность (интенсивность) волновода.

Для рассматриваемой модели (1) было получено трансцендентное характеристическое уравнение, решение которого позволяет определить спектр постоянных распространения нормальных волн:

$$\begin{aligned} D(t) = & [w'_1(t - y_h)w_2(t - y_{N_0} - y_h) - \varepsilon^{-1}w_1(t - y_h)w'_2(t - y_{N_0} - y_h)] \times \\ & \times [w'_1(t - y_h) - qw_1(t - y_{N_0})] - [w'_1(t - y_h)w_1(t - y_{N_0} - y_h) - \\ & - \varepsilon^{-1}w_1(t - y_h)w'_1(t - y_{N_0} - y_h)][w'_2(t - y_{N_0}) - qw_2(t - y_{N_0})] = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$q = im\delta_m, y_{N_0} = 2 \cdot 10^{-6}m^2N_0, y_h = k_0h/m, m = \sqrt[3]{k_0a/2}.$$

где $w_{1,2}(\dots)$ – функции Эйри в определении В.А. Фока [6];

δ_m – приведенный поверхностный импеданс морской среды;

k_0 – волновое число.

Левая часть уравнения (2) является целой функцией комплексной переменной t , которую можно разложить в ряд Тейлора $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(t - t_0)^n$ в окрестности любой выбранной точки t_0 , причем ряд сходится на всей комплексной плоскости. Для

нахождения корней уравнения (2) в заданной области комплексной области применен метод скользящего окна [5]. Верификация полученных корней выполняется путем подстановки $t_s = t_0 + t'_s$ в точное уравнение $D(t) = 0$. При условии достаточной близости вычисленного приближенного корня \tilde{t}_s к истинному значению корня t_s значение функции в данной точке может быть представлено в виде линейной аппроксимации:

$$D(\tilde{t}_s) \approx D(t_s) + D'(t_s)(t_s - \tilde{t}_s) \quad (3)$$

Учитывая, что $D(t_s) = 0$, модуль функции $|D(\tilde{t}_s)|$ характеризует численную невязку.

Исследование динамики спектра нормальных волн

С применением описанного выше численного метода нахождения корней характеристического уравнения проведено исследование эволюции спектра нормальных волн для модели среды в виде «ступеньки». В задаче задается два параметра: высота инверсии h , м, и ширина ступеньки N_0 , N -ед. на основе рассмотренного выше метода нахождения корней характеристического уравнения. На рисунке 1 приведены траектории нескольких корней при изменении высоты инверсии в диапазоне от 0 до 50 м с шагом 0.5 м и постоянном параметре $N_0 = 1 N$ -ед. Длина радиоволны 0.1 м, поляризация вертикальная, диэлектрическая проницаемость и проводимость морской воды 80 и 3 См/м, соответственно.

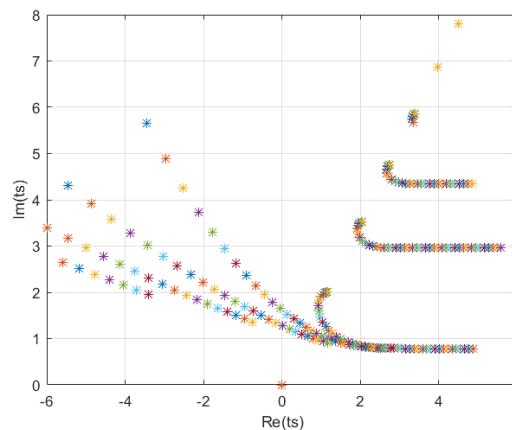


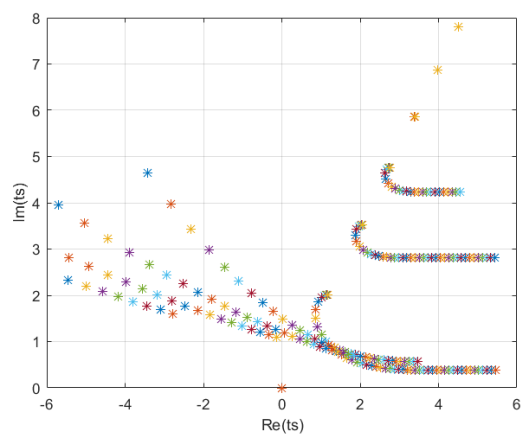
Рис. 1. Траектории корней $N_0 = 1 N$ -ед., высота инверсии $h = 0 \dots 50$ м, с шагом 0.5 м; $t_0 = 0$, длина радиоволны $\lambda = 0.1$ м

На рисунке 1 представлены две ветви спектра – вертикальная и горизонтальная. Траектории четко разделяются и интерпретируются: при $h = 0$ имеется только вертикальная ветвь спектра, ей соответствуют «точки выхода» траекторий (по терминологии Г. И. Макарова), лежащие на луче под углом $\pi/3$ и равные Фоковским корням [6] для однородной среды (вакуума). С ними связаны траектории корней вертикальной ветви. По мере роста параметра h «из бесконечности» приходят точки, соответствующие корням горизонтальной ветви. Начиная с некоторых значений h , они выделяются алгоритмом поиска корней в окне с центром в точке $t_0 = 0$ и образуют отрезки траекторий соответствующих корней горизонтальной ветви спектра. С ростом параметра h все точки спектра продвигаются вправо по своим траекториям, при этом траектории корней горизонтальной ветви приближаются к траектории первого корня вертикальной ветви. По мере роста параметра h мнимые части постоянных распространения t_s нормальных волн уменьшаются, причем для корней горизонтальной ветви уменьшение мнимых частей более существенное, тогда как для корней

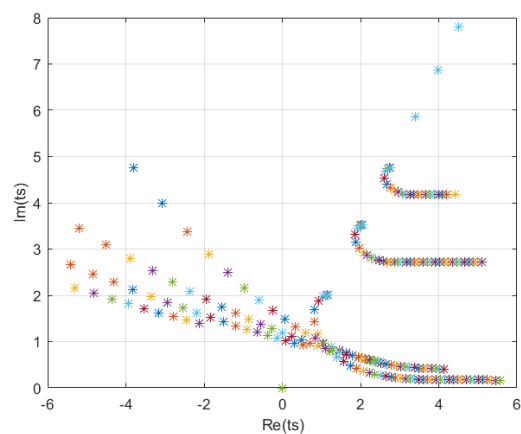
вертикальной ветви при достаточно больших значениях параметра h мнимые части корней, описывающие затухание нормальных волн, перестают уменьшаться, а вещественные части по-прежнему растут.

Семейство графиков на рисунке 2 позволяет проследить, как изменяются траектории корней по мере роста параметра N_0 . Видно, то с ростом N_0 траектории корней горизонтальной ветви становятся более пологими, то есть затухание этих нормальных волн снижается и корни сдвигаются вправо. Форма траекторий корней вертикальной ветви становится более сложной, причем траектория первого корня при достаточно больших h проходит ниже траектории корней горизонтальной ветви.

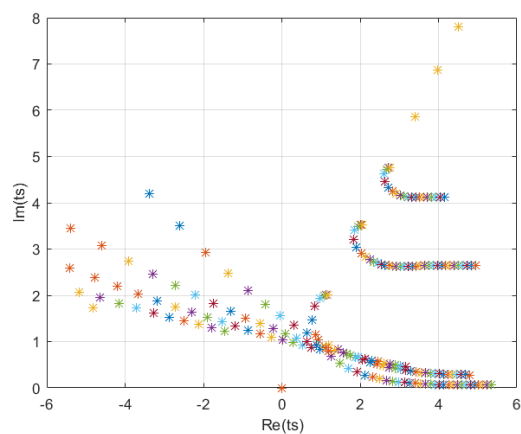
Для каждого графика приводятся значения параметра N_0 и значение спектрального параметра t_0 , характеризующего положение окна, в котором корни для данного варианта расчетов, а также начальное значение — шаг — конечное значение параметра h . Представленные зависимости демонстрируют, что при достаточно больших значениях N_0 и увеличении h именно нормальная волна, соответствующая первому корню вертикальной ветви спектра трансформируется в волну шепчущей галереи.



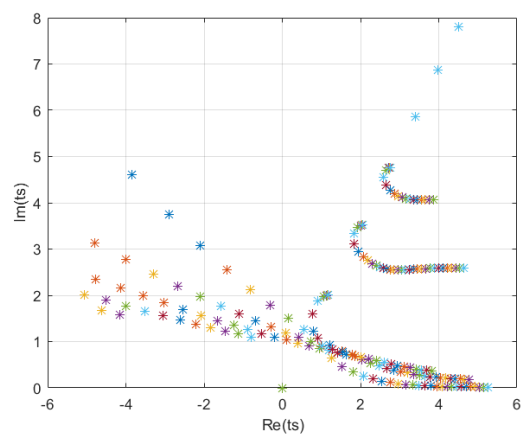
a)



б)



в)



г)

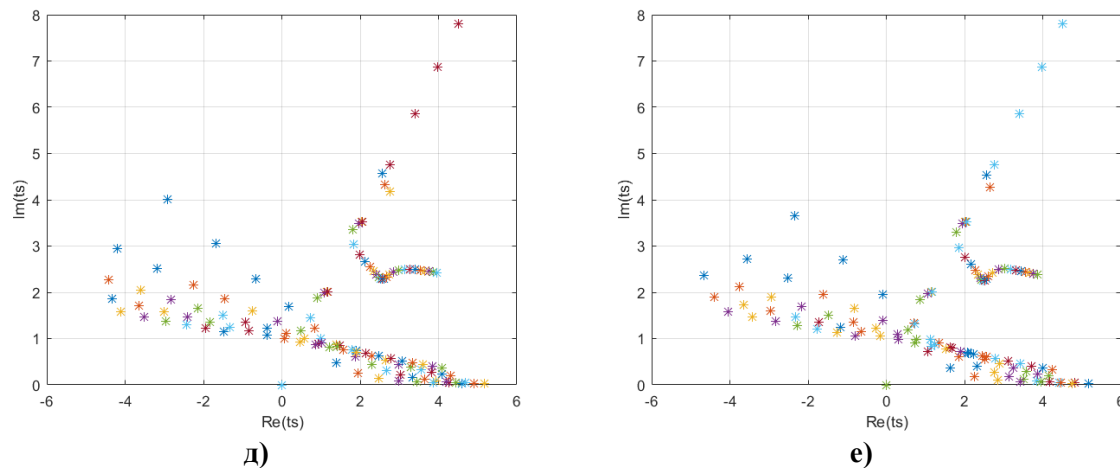


Рис. 2. Динамика траекторий корней по мере роста N -дефицита волновода, высота инверсии $h = 0 \dots 50$ м, с шагом 1.0 м; $t_0 = 0$, длина радиоволны $\lambda=0.1$ м: а) $N_0 = 2$ N -ед., б) $N_0 = 3$ N -ед., в) $N_0 = 4$ N -ед., г) $N_0 = 5$ N -ед., д) $N_0 = 9$ N -ед., е) $N_0 = 10$ N -ед.

При малых значениях N_0 спектр характеризуется большей крутизной и положительным градиентом кривизны (изгибом вправо) (рис. 3). Следует отметить anomальное расположение одной из траекторий горизонтальной ветви (рис. 3б), локализованное между траекториями корней вертикальной ветви, которые на начальном этапе имеют несколько другую форму. Указанные особенности подтверждают высокую чувствительность метода нормальных волн к радиометеорологическим параметрам тропосферы.

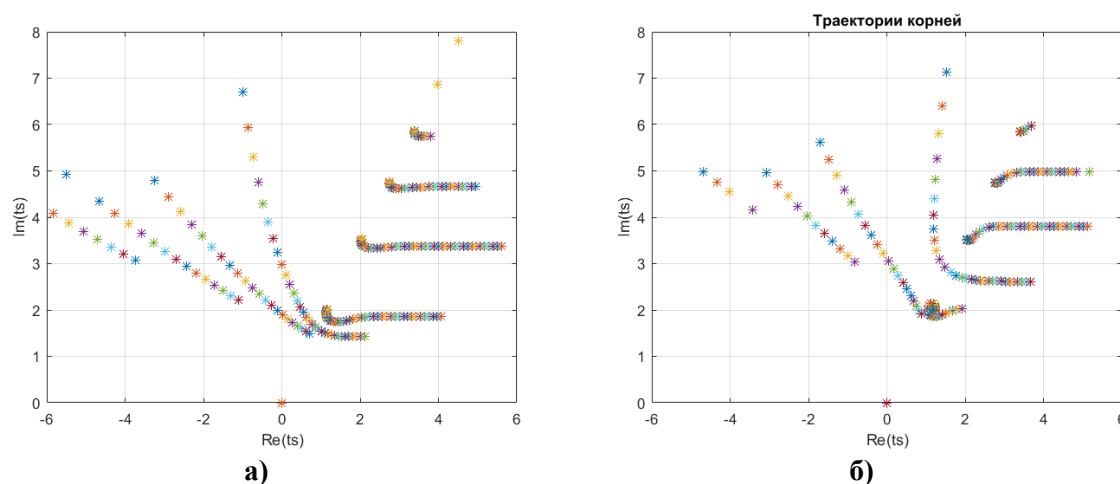


Рис. 3. Траектории корней при малом значении N -дефицита волновода а) $N_0 = 0.1$ N -ед., б) $N_0 = 0.01$ N -ед., высота волновода $h = 0 \dots 50$ м, с шагом 1.0 м; $t_0 = 0$, длина радиоволны $\lambda=0.1$ м

Дополнительно проведен анализ спектров нормальных волн для длин волн 3 см и 30 см при вертикальной поляризации, изменении высоты инверсии h в диапазоне от 0 до 50 м с шагом 1 м при фиксированном значении параметра $t_0 = 0$. Установлено, что при длине радиоволны 3 см (рис. 4) спектр характеризуется наличием вертикальных и горизонтальных ветвей. Даже при малых значениях N_0 в спектре наблюдается до восемнадцати траекторий; при этом большинство корней горизонтальной ветви имеет малые мнимые части, что позволяет классифицировать соответствующие им моды как волны типа «шепчущей галереи». С ростом параметра N_0 общее количество траекторий

и число, входящих в них корней сокращается, а начальные участки траекторий приобретают более выраженную крутизну изгиба.

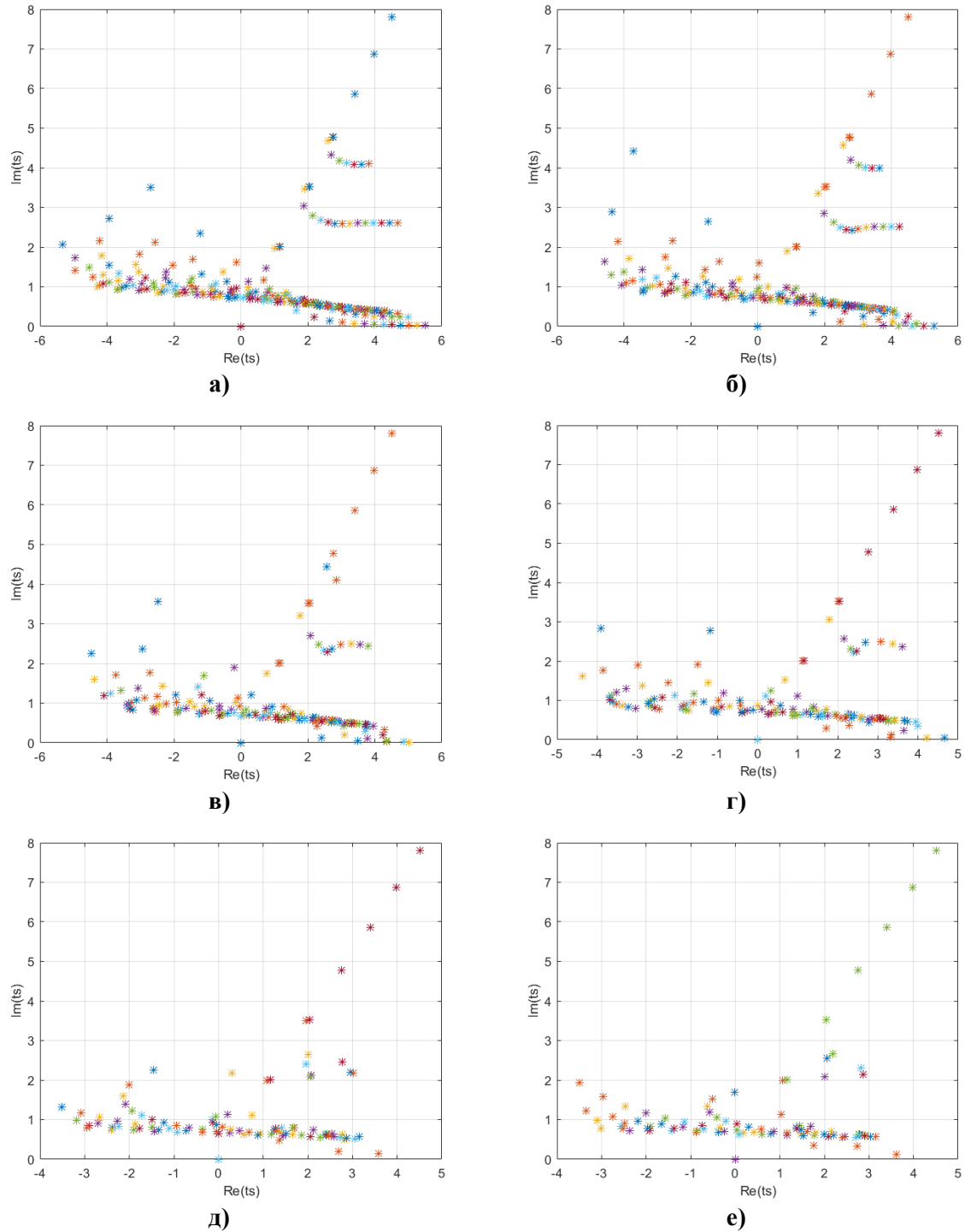


Рис. 4. Динамика траекторий корней по мере роста N -дефицита волновода, высота инверсии $h = 0 \dots 50$ м, с шагом 1.0 м; $t_0 = 0$, длина радиоволны $\lambda=0.03$ м: а) $N_0 = 2$ N -ед., б) $N_0 = 3$ N -ед., в) $N_0 = 4$ N -ед., г) $N_0 = 5$ N -ед., д) $N_0 = 9$ N -ед., е) $N_0 = 10$ N -ед.

В случае длины волны 30 см при идентичных исходных данных (рис. 5) установлено, что общее число траекторий не превышает шести. Спектр характеризуется наличием ярко выраженных вертикальных ветвей, в то время как для небольших значений N_0 горизонтальная ветвь единственная; вторая горизонтальная ветвь формируется лишь с

ростом параметра N_0 . Анализ графиков показывает, что для больших значений параметра N_0 горизонтальная ветвь смещается в область более высоких значений мнимой части относительно первых корней спектра вертикальной ветви. Таким образом, при больших значениях h корни, соответствующие первой траектории вертикальной ветви, уже не классифицируются как дифракционные волны соскальзывания, а приобретают гибридные свойства, характерные для обоих типов волн.

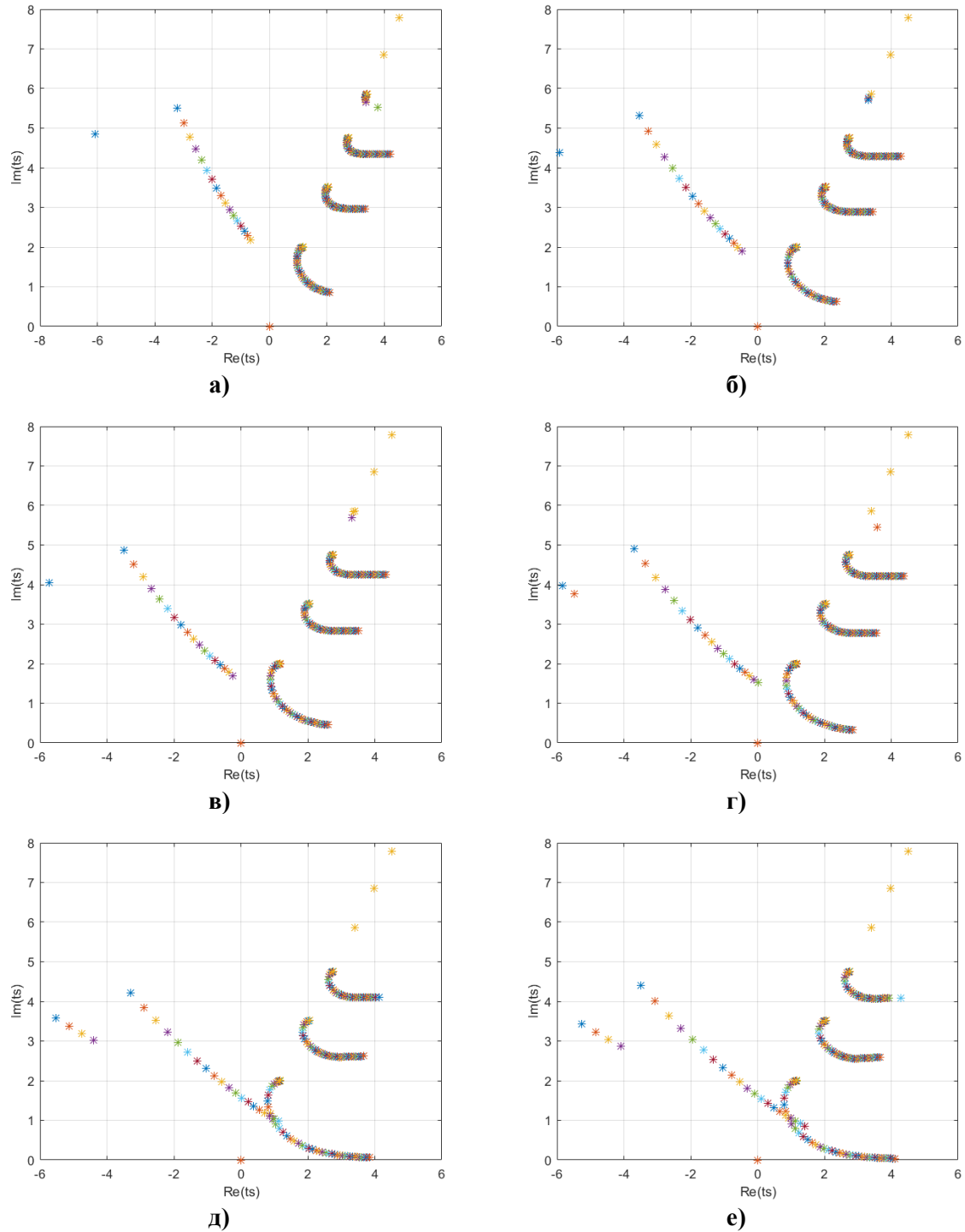


Рис. 5. Динамика траекторий корней по мере роста N -дефицита волновода, высота инверсии $h = 0 \dots 50$ м, с шагом 1.0 м; $t_0 = 0$, длина радиоволны $\lambda=0.3$ м: а) $N_0 = 2$ N-ед., б) $N_0 = 3$ N-ед., в) $N_0 = 4$ N-ед., г) $N_0 = 5$ N-ед., д) $N_0 = 9$ N-ед., е) $N_0 = 10$ N-ед.

Выводы

В ходе проведенного исследования были выявлены закономерности динамики спектра нормальных волн в задачах распространения радиоволн в слоистой-неоднородной тропосфере. Сравнительный анализ для длин волн 3, 10 и 30 см показал, что уменьшение длины радиоволны ведет к усложнению формы и структуры траекторий корней и росту мод с малым затуханием (волны типа волн «шепчущей галереи»).

Особое внимание уделено влиянию на траектории корней характеристического уравнения радиометеорологических условий. Установлено, что вариации параметров h и N_0 вызывают не только количественные изменения, но и качественную трансформацию траекторий.

Литература

1. Ott R.H. Roots of the modal equation for em wave propagation in a tropospheric duct // Radio Science. 1981. V. 16. No. 6. P. 1149-1154.
2. Кукушкин А.В., Фрейлихер В.Д., Фукс И.М. Загоризонтное распространение ультракоротких радиоволн над морем (Обзор) // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30, № 7. С. 811–839.
3. Макаров Г.И., Новиков В.В., Рыбачек С.Т. Распространение радиоволн в волноводном канале Земля – ионосфера и в ионосфере – М.: Наука, 1994. 152 с.
4. Макаров Г.И., Новиков В.В., Рыбачек С.Т. Распространение электромагнитных волн над земной поверхностью – М.: Наука, 1991. 196 с.
5. Светличный В.А. Смирнова О.В. Исследование особенностей распространения ультракоротких радиоволн в приводном волноводе в зависимости от его параметров и длины радиоволны // Радиотехника и электроника. 2018. Т. 63, № 7. С. 682-690.
6. Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. – М.: Сов. Радио, 1970.