

О потенциальных характеристиках радиолокационного обзора в технологии РСА

А.Е. Евграфов, В.Г. Поль

ФГУП Научно-Производственное Объединение им. С.А. Лавочкина, 141400 Московская обл. г.Химки ул. Ленинградская 24. тел8-(495)-575-54-26, E-mail: polvad@laspace.ru

Исследуются потенциальные характеристики наблюдения земли по технологии радиолокации с синтезом апертуры. Двумерное наблюдение трактуется как двукратный обзор по дальности в двух резко отличающихся масштабах времени. Находятся условия получения качественного изображения объекта в системе земных координат.

Work is dedicated to examination to potential characteristics of earth supervision with synthesis aperture technology. Two-dimensional image treated as two-fold surveyor distance at two sharp distinguishing scale of time. Conditions of the high-quality image receiving realize in the earth rectangular coordinate system.

Введение

На пленарной сессии Армандовских чтений 2016г рассматривались результаты разработки и эксплуатации первой комплексной системы отечественного космического высококачественного радиолокационного наблюдения серии «Кондор», работающей по технологии синтезированной апертуры. Эта работа выполнялась после почти 20-ти лет практического простоя в отечественной промышленности, происшедшего по всем известным нам причинам. При этом перед головными разработчиками системы «Кондор» была поставлена нелегкая задача: выйти на уровень, достигнутый сегодня в зарубежных разработках.

Оценивая первые результаты, полученные сегодня, прежде всего, нужно напомнить об уровне, достигнутом разработчиками еще 25 лет назад и продемонстрированный работой комплекса «Алмаз». Хотя в то время тот уровень вполне соответствовал общемировому, но сегодня технология СА в передовых странах Запада успешно освоила уровень разрешающей способности наблюдения порядка метра. Более того, начинает уверенно осваиваться дециметровая детальность изображений. Следовательно, разработчикам КС «Кондор», выходя из тени, предстояло улучшить основную внешнюю характеристику системы на порядок, что в любом виде техники отнюдь не является простым делом. Как было показано на прошлой сессии (2016г), нужно сказать, что разработчики КС «Кондор» в целом с этим справились.

Естественно, что такой качественный рывок в технике всегда сопровождается теми или иными сопутствующими успехами и неудачами, что также рассматривалось на той же сессии. Однако это проявило лишь первый пласт технических проблем и вопросов, возникших в ходе повышения разрешающей способности системы наблюдения на порядок. В дальнейшем, в ходе обсуждения и планирования состава докладов пленарного заседания настоящей сессии чтений было решено продлить и расширить рамки этого обсуждения. При этом было сочтено целесообразным обратиться к теоретическим основам технологии РСА. Результаты такого рассмотрения и предлагаются ниже.

Собственно, истоки технологии СА были заложены в 1956г [9], когда было констатировано, что все возможности радиолокации, наблюдающей объект в текущей (мгновенной) точке его траектории, исчерпаны, и необходимо переходить к наблюдению объекта, движущегося по некоторой траектории. При этом было отмечено, что наблюдение траектории движущегося объекта резко увеличивает возможности описания наблюдаемой радиолокационной обстановки. В дальнейшем эти идеи были применены в системах

что полет носителя РЛС производится на постоянной высоте H_0 и с постоянной скоростью v_0 по оси Y . В системе координат XYZ плоскость отсчета XZ (называемая траверсной) дополняется осью наклонной дальности X' , лежащей в траверсной плоскости и направленной под углом β к оси Z . По ней РЛС посылает периодический сложный сигнал и определяет наклонную дальность R_0 до парциального элемента разрешения (ПЭР) РЛИ объекта наблюдения. Координаты ПЭР определяются точкой пересечения оси X' с плоскостью XY .

Обзор протяженного объекта по координате дальность

Рассмотрим обзор протяженного объекта по координате дальность, ограничиваясь одним периодом повторения зондирующего сигнала, и выделим на ней малый интервал в окрестности некоторого текущего момента времени, равный длительности зондирующего сигнала. Пусть РЛС, находясь над началом координат в текущий момент времени $t=T_0$, облучает под углом β участок земли, ограниченный длительностью сигнала и следом диаграммы направленности антенны (ДНА) в плоскости XY (отмечено синим). Этот участок является текущей строкой обзора координаты дальность, а ее центр находится в точке пересечения осей горизонтальной X и наклонной X' дальностей.

Строка дальности в технологии РСА служит протяженной целью, которая представлена множеством случайно и произвольно расположенных отражающих площадок (точек) малых размеров. Эти точки отражают элементарные сигналы, каждый из которых является масштабной комплексной репликой зондирующего сигнала. В результате все принятые элементарные радиосигналы составляют в сумме узкополосный случайный процесс (УСП) с несущей [4]. Он описывается текущей автокорреляционной функцией (АКФ), копирующей АКФ элементарного сигнала. При этом комплексная амплитуда несущей УСП является случайной и медленно флуктуирующей во времени величиной с характерным масштабом длительности АКФ УСП по его аргументу [5].

Взаимокорреляция сигнала, отраженного от строки дальности с зондирующим сигналом (их свертка) дает сжатый сигнал, являющийся АКФ того УСП, который порожден рассматриваемой строкой дальности. Комплексная амплитуда несущей сжатого сигнала описывает ПЭР объекта по координате дальность (отмечено красным), и она интерпретируется как сечение РЛИ этого ПЭР по указанной координате. В ходе обзора по координате дальность, после свертки всех принятых сигналов с зондирующим, формируется поток выходных сжатых сигналов, представляющих РЛИ всех ПЭР объекта, лежащих на оси X . Этот поток, при дискретизации УСП по аргументу время, может рассматриваться приближенно как последовательность радиоимпульсов с постоянной несущей частотой, но имеющих случайные и статистически независимые амплитуды и фазы. То есть, эта последовательность является множеством ортогональных сигналов, АКФ которых повторяет АКФ зондирующего сигнала.

Обработка сигнала обзора по дальности, поступающего от одного ПЭР выполняется сверткой – она реализует оптимальный прием УСП. Она дает полное использование всей энергии принятого сигнала, оптимальную оценку его параметров и получение заданного разрешения. Общая теоретическая радиотехника указывает, что взаимокорреляционная оптимальная обработка должна быть сверткой функций, имеющей вид [4,5]:

$$\Lambda(\tau) = \int_{t_0-T}^{t_0+T} f_c(t-t_0) \cdot f_{op}(t-t_0-\tau) dt . \quad (1)$$

Здесь первая функция $f_c(t-t_0)$ под интегралом представляет собой принимаемый сигнал длительностью T , привязка которого к шкале аргумента (единого времени) t задается его значением t_0 , а вторая – $f_{op}(t-t_0-\tau)$ – является опорной. Аргументом функции $\Lambda(\tau)$ (ВКФ) служит сдвиг τ по аргументу t (запаздывание) опорной функции (ОФ) $f_{op}(t-t_0-\tau)$

относительно принятого сигнала $f_c(t-t)$. Функция $\Lambda(\tau)$ в каждой точке есть функционал приема сигнала $f_c(t-t)$, определяемый для всех возможных значений ее аргумента τ . Чем он выше, тем ближе величина τ к его истинному значению. Поэтому задача оптимального приема сводится к тому или иному способу отыскания такого функционала $\Lambda(\tau_m)$, который указывает на оптимальную оценку величины τ_m . Последняя и является наилучшей оценкой неизвестного значения параметра сигнала, которым является дальность цели τ . На рис.2 показан результат обработки сигнала, принимаемого от одного ПЭР.

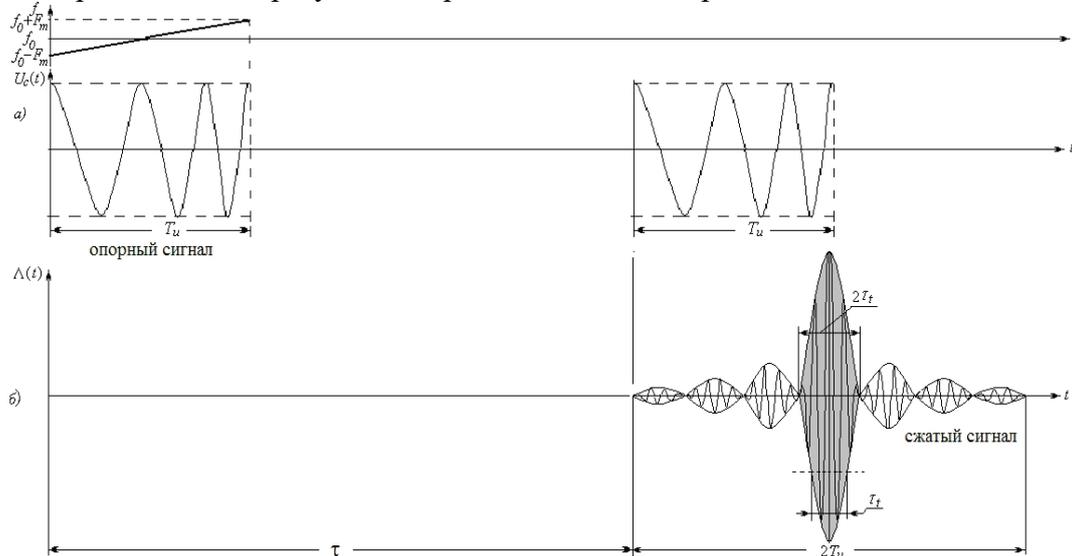


Рис. 2. Результат обработки сигнала обзора по дальности для одного ПЭР

Из выражения (1) следует, что оптимальный прием невозможен без опорной функции, описывающей точную форму и структуру сигнала (без помех и искажений). Однако, на практике точное знание опорной функции (ОФ) по тем или иным причинам невозможно, и тогда задача приема сигнала сводится к реализации *квазиоптимального* приема. Он, по определению, уже не является оптимальным алгоритмом. Однако он же обязан обеспечить допустимые малые потери энергии сигнала и разрешения, используя некоторую ОФ, являющейся достаточно хорошим приближением к оптимальной, и, кроме того, удобной в практической работе.

Отметим, что существенную особенность обзора по координате дальность. Сигналы, принятые от всех строк дальности и входящие в один период повторения (а также любые другие периоды), *стационарны по форме* и отличаются друг от друга лишь сдвигом по аргументу, имея одинаковую форму. Поэтому свертка всех сигналов, принимаемых от различных ПЭР_i по координате дальность, должна использовать одинаковые ОФ, отличающиеся друг от друга лишь значениями параметра дальности τ (сдвига по времени t). Стационарность принимаемых сигналов по форме при обзоре по дальности обеспечивает известную и простую практическую реализацию оптимального приема.

Обзор протяженного объекта по координате азимут

Обзор протяженного объекта по координате азимут также является обычным радиолокационным измерением дальности до выбранного траверсного ПЭР. Однако он выполняется после многократным измерением наклонной дальности одного и того же ПЭР по координате дальность, причем при условии обязательного относительного движения РЛС и объекта (рис.3)

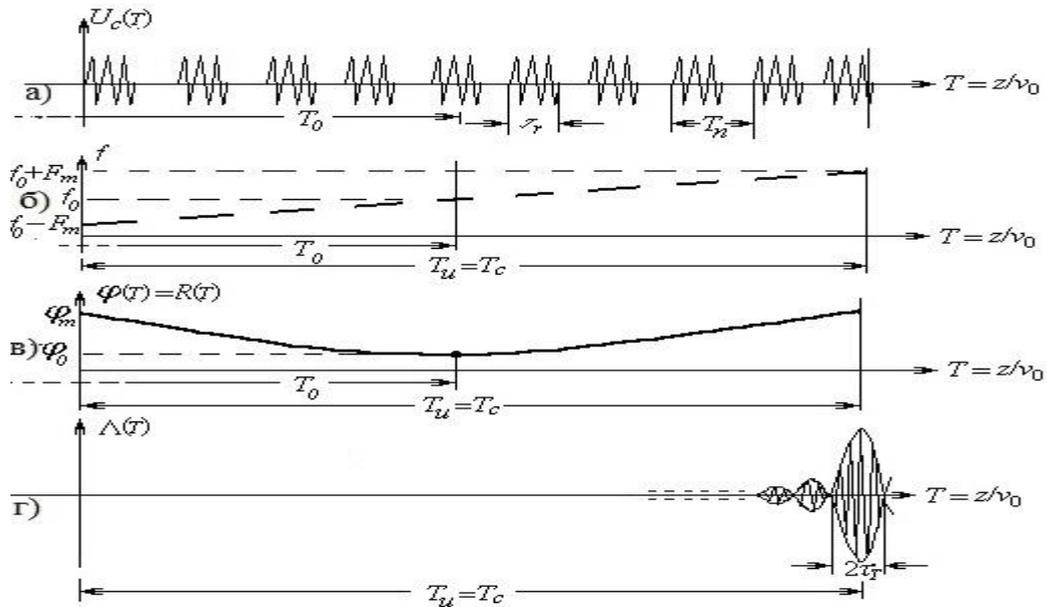


Рис.3. Траекторный сигнал и функция наклонной дальности

Такие повторные измерения, в отличие от обычного обзора по координате дальность, производятся в масштабе скорости движения РЛС v_0 , определяемой относительно объекта наблюдения. Поэтому аргумент сигнала при обзоре по азимуту в технологии РСА принято называть «медленным временем», и его обозначают другим символом T . Результаты многократного измерения дальности $T_{\text{ТС}}$, представляют собой пачку радиоимпульсов, которую принято называть траекторным сигналом (ТС). Она показана на рис.3а.

Середину (центр) ТС удобно выбрать точкой его привязки к шкале времени T и месту РЛС в общей системе координат, описывающей полет РЛС и место ПЭР. Выберем время начала ТС таким, чтобы его центр в момент времени T_0 находился на оси X (на траверсе). На рис.3б показано, что несущая отдельных радиоимпульсов ТС в полете РЛС получает доплеровский сдвиг частоты F_m несущей f_0 . Значение сдвига F_m определяется проекцией вектора скорости РЛС v_0 на текущее направление наклонной дальности. Для реальной геометрии съемок зависимость частоты F_m от времени обычно близка к линейной, а в точке траверса всегда значение сдвига $F_m=0$. Следовательно, ТС представляет собой сложный сигнал с ЛЧМ несущей.

Поэтому весь ТС (пачку) можно повторно сжать в аргументе медленного времени T сверткой с необходимой ОФ (вида рис.3а), получив один краткий радиоимпульс с несущей так же, как в случае обзора по дальности (рис.3г). Теория говорит [5], что характеристики сжатия в основном определяются законом модуляции принятого сигнала. При этом комплексная амплитуда повторно полученного сжатого радиоимпульса представляет собой второе сечение РЛИ ПЭР по координате азимут (Y), по которому реализуется разрешение. Отсчет положения, сжатого ТС по координате азимут, выполняется на оси медленного времени T по максимуму сигнала свертки в момент времени $T=T_0$ (с поправкой на длительность сжатия ТС). Итак, два последовательных обзора (по координатам дальность и азимут) дают РЛИ плоского ПЭР. Повторение этих операций для всех ПЭР, находящихся на площади наблюдаемого объекта, формирует РЛИ объекта.

Интерпретация ТС как ЛЧМ сигнала имеет более плодотворную альтернативу. То есть, ТС трактуется как радиосигнал, имеющий угловую и приближенно квадратичную фазовую модуляцию $\varphi(t)$ [5]. Несложно показать, что при естественной нормировке безразмерный закон угловой модуляции $\varphi(T)$ тождественен функции наклонной дальности (также безразмерной) $R(T)$:

$$\varphi(T)/2\pi \approx R(T)/\lambda \quad (2)$$

Это обстоятельство сразу однозначно связывает угловую модуляцию траекторного сигнала с кинематикой относительного движения РЛС и объекта, представленной функцией наклонной дальности (рис.3в). Известно [3], что длительность траекторного сигнала $T_{ТС}$ и разрешение по координате азимута $\tau_{аз}$ связаны между собой «соотношением неопределенности»

$$T_{ТС} \cdot \tau_{аз} \approx 0.5\lambda(R_0/v_0) . \quad (3)$$

Оно наглядно показывает связь радиотехнических величин, характеризующих разрешение РЛС с кинематическими параметрами наблюдения точек объекта.

Соотношения (2,3) наглядно показывают, что вид и параметры ОФ в обзоре по азимуту определяются динамической геометрией пары РЛС–ПЭР, причем меняющейся для разных наблюдаемых точек объекта. То есть, они наглядно отражают нестационарность оптимальной обработки и самой ОФ как ее ключевого элемента. Они же определяют ключевые потенциальные характеристики технологии РСА, обращаясь к кинематическим законам полета носителя РЛС и его навигационному обеспечению.

Опорная функция в обзоре по азимуту и ее описание

Обращаясь к классической схеме синтеза РЛС нетрудно показать, что ОФ является гиперболой вида

$$R(T) \approx 2((R_0)^2 + (v_0 T)^2)^{0.5} . \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что ОФ, как конкретная функция, прежде всего, определяется величиной наклонной дальности в траверсе R_0 , которая зависит от удаления ПЭР по оси X и изменяется для различных ПЭР, составляющих объект. Для иллюстрации на рис.4 показан вид ОФ для нескольких различных значений траверсной дальности.

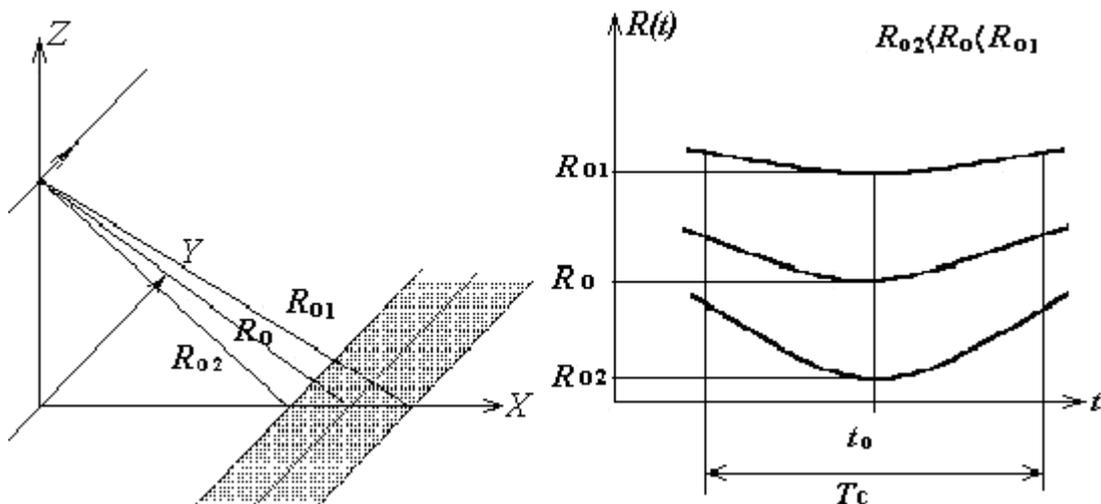


Рис.4. Вид опорных функций для различных значений наклонной дальности

Нужно пояснить, что ОФ действительно представляют собой различные функции, даже если они принадлежат одному классу. Например, если эти функции – параболы, но они описываются различными коэффициентами при квадратичном члене и, поэтому представляют собой разные объекты. Далее, очевидно, вид ОФ может зависеть от величины скорости v_0 носителя РЛС и ее постоянства внутри интервала времени $T_{ТС}$. Поэтому даже при модели движения РЛС (4) для каждого конкретного ПЭР теоретически необходимо формировать свою парциальную ОФ. В реальности схема синтеза усложняется маневрированием и непостоянством скорости носителя РЛС на протяжении $T_{ТС}$, а также многими другими неучитываемыми факторами. Поэтому практика ставит задачу замены теоретической ОФ некоторой квазиоптимальной. Последняя должна давать допустимые

потери при ее свертке с группой ТС, достаточно близких по форме, но описываемых как отличающиеся друг от друга (и от ОФ, в том числе) по тем или иным параметрам.

Отсюда возникает необходимость решать две практические задачи: 1) описание ОФ некоторым (желательно минимальным) набором параметров и 2) определение полос пропускания одной ОФ как квазиоптимального фильтра ТС по этим параметрам. В литературе эти задачи рассматриваются слитно как оценка допустимого отличия реальной ОФ $d\varphi(T)$ [6,7] относительно ее теоретического вида. При этом принимается, что отклонения реальной ОФ от исходной описываются монотонной функцией, прогрессивно растущей по мере приближения к границам ТС. Тогда отличие функций $d\varphi(T) \equiv dR(T)$ можно характеризовать простой разностью функций ОФ. Теория показывает, что влияние такой разности сводится, прежде всего, к потерям мощности выходного сигнала, и лишь затем – к последующему прогрессивному ухудшению разрешения. При этом критическим фактором служит максимум модуля разности ОФ ($|dR(T)|_m$), возникающей на границах ТС.

На рис.5а показан характер изменения взаимокорреляционной функции ОФ для некоторого ряда возрастающих значений разности $|d\varphi(T)|_m$, начиная с нулевого.

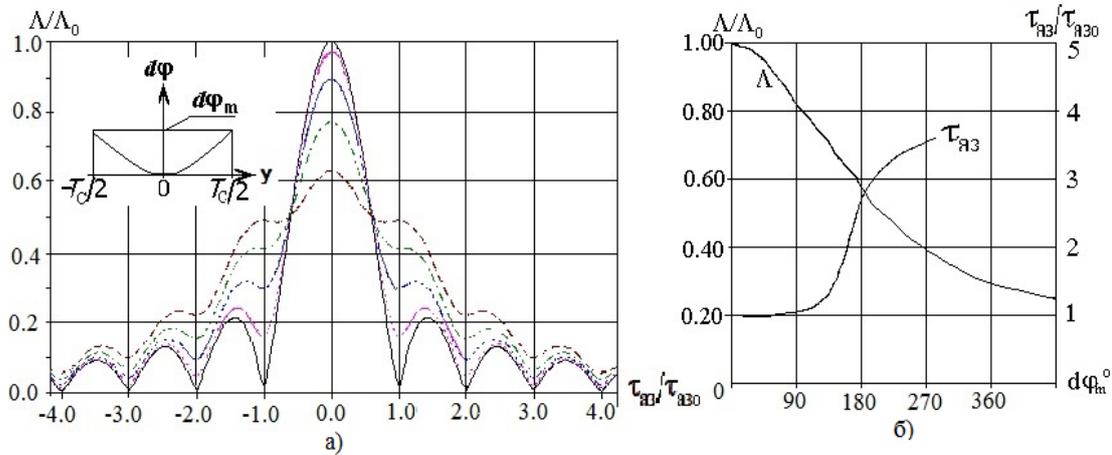


Рис.5. Влияние расстройки $d\varphi$ на вид АКФ и разрешение по азимуту

Там же, на врезке рисунка показан характер хода разности $|d\varphi|$, принятый при расчетах. Ход зависимостей деградации результатов свертки и разрешения (по уровню 0.7) от величины $|d\varphi(T)|_m$, нормированных по нулевой разности $d\varphi(T)$, приведен на рис.5б. Существенно отметить резкое ухудшение разрешения при уровне ошибок, превосходящих значение $|d\varphi(T)|_m/2\pi = 90^\circ$. Эти зависимости заставляют выбирать конкретный допустимый уровень величины $|d\varphi(T)|_m$. На практике в качестве оценки граничного консервативного значения $|d\varphi(T)|_m$ может быть принята величина $|d\varphi(T)|_m/2\pi \leq 1/8 = 45^\circ$, которая в единицах нормированной наклонной дальности соответствует допуску $2|dR(T)|_m/\lambda = 1/16$. В этом случае доля реализуемой энергии не будет опускаться ниже относительного уровня 0.9, а ухудшение разрешения будет незначительным.

Разрешение по азимуту и аппроксимация опорной функции

Рассмотрим описание ОФ (4), заданной немногими параметрами, оценим характеристики ОФ, найдем производные ОФ по ним и ее полосы пропускания по ним.

Для начала разложим в ряд Маклорена ОФ для базовой схемы (рис.1), где движение РЛС задано только двумя параметрами, а именно, постоянными R_0 и v_0 , заданными в траверсной точке. Такое представление ОФ является усеченным степенным рядом ее разложения в траверсной точке при $T=0$ с аргументом медленное время T :

$$2R(T)/\lambda = 2(R_0/\lambda) + (v_0/\lambda)(v_0/R_0)T^2 - (1/4)(v_0/\lambda)(v_0/R_0)^3T^4 + (1/8)(v_0/\lambda)(v_0/R_0)^5T^6 + \dots \quad (4)$$

Этот ряд позволяет оценить число членов усеченного ряда, дающее приближение ОФ с заданными ошибками ее описания как функций $2R(T)$ или $\varphi(T)$. Взяв отношение соседних членов ряда, можно видеть, что слагаемых с ростом степени T относительный вес высших членов быстро убывает. Их поведение, в основном, определяет малый коэффициент (v_0/R_0) в каждом члене, возводимый к тому же последовательно в резко возрастающую степень. Например, для космического наблюдения коэффициент (v_0/R_0) составляет величину $v_0/R_0 \approx 1 \cdot 10^{-2}$. Поэтому для приближенного представления ошибки приближения ОФ усеченным рядом (4) обычно вполне допустимо принять первый отброшенный член ряда. Однако ясно, что при этом его величина не должна превышать значений некоторой принятой допустимой ошибки $|d\varphi(T)|_m$ этого же приближения ОФ.

Представление ОФ в форме ряда (4) позволяет найти связь первого же отброшенного члена с наивысшим возможным разрешением. Для этого возьмем первый член ряда, отброшенный после 2-й степени T , определим величину T_{TC} по формуле (3), подставим значение $T=T_{TC}/2$ и приравняем результат допустимой ошибке $|d\varphi(T)|_m$. Тогда полученное равенство сразу дает оценку предельно достижимого разрешения по азимуту $\tau_{аз}$ для аппроксимации ОФ рядом 2-й степени: $\tau_{аз} \geq [(R_0\lambda^3)/(2^{10}|d\varphi(T)|_m/2\pi)]^{1/4}$.

Например, для случая космического наблюдения, примем, как исходные, значения $|d\varphi(T)|_m/2\pi \leq 1/8$, $\lambda=3\text{см}$ и $R_0=750\text{км}$. Тогда при квадратичной аппроксимации ОФ предельное разрешение по азимуту составит $\tau_{аз} \geq 0.80\text{м}$, а необходимая длительность траекторного сигнала по формуле (3) равна $T_{TC}=2.3\text{с}$. Если же отбросить в (4) члены с 6-й степенью и выше, то оценка предельного разрешения станет равной $\tau_{аз} \geq [(R_0\lambda^5)/(2^{12}|d\varphi(T)|_m/2\pi)]^{1/6}$, и, для тех же исходных значений, получим $\tau_{аз} \geq 0.20\text{м}$ и $T_{TC}=9.20\text{с}$. То есть, реально десятиметровое разрешение в принципе потребует использования ОФ, описываемой полиномом 4-й степени даже при длине волны $\lambda=3\text{см}$, не говоря уже о более низких несущих частотах РЛС.

Итак, оказывается, что в базовой схеме (рис.1) предельное разрешение по азимуту определяется только ошибкой $|d\varphi(T)|_m$, дальностью наблюдения R_0 и длиной волны несущей λ . Также, видно, что при $\tau_{аз} \geq 0.80\text{м}$ для любых ПЭР, находящихся в пределах всей площади объекта наблюдения, все ОФ могут представляться *различными* параболой. Коэффициенты этих парабол должны задаваться своими собственными значениями параметра R_0 для этих ПЭР, а также величиной v_0 . Поэтому кроме максимально допустимой фазовой ошибки в данной базовой схеме рабочие характеристики ОФ (как квазиоптимального фильтра группы различных ТС) могут служить допустимые вариации параметров dR_0 и dv_0 . Здесь параметр dR_0 определяет допустимый разброс удаления траверсного ПЭР относительно РЛС, а величина dv_0 – возможные вариации линейной скорости РЛС. Имея в виду, что ОФ эквивалентна квазиоптимальному фильтру, выделяющему группу родственных ТС, эти величины можно рассматривать как полосы пропускания этого фильтра по параметрам dR_0 и dv_0 , характеризующим эту группу ТС.

Связь квазиоптимальной опорной функции с кинематикой обзора

Приведенный выше пример полос пропускания ОФ для базовой схемы синтеза рис.1 неполон, так как он не учитывает возможную кривизну и неравномерность полета РЛС по траектории. Однако эти факторы можно учесть, задав поведение вектора ускорения g_0 движения РЛС, например, в той же траверсной точке. Ниже покажем, как можно оценить полосы пропускания квазиоптимального фильтра по всем трем параметрам синтеза: R_0 , v_0 и g_0 , ограничиваясь для примера случаем квадратичного приближения ОФ.

Начнем с параметра R_0 . Введя вариации dR_0 и изменяющуюся дальность $R_{0R}/R_0=(1+dR_0/R_0)$ в формулу (4), продифференцируем дальность по dR_0 . Тогда получим:

$$d\varphi_0(T)/d(dR_{0R})=(4\pi/\lambda) - (2\pi/\lambda)(v_0/R_0)^2T^2 + (3\pi/2\lambda)(v_0/R_0)^4T^4 - (5\pi/4\lambda)(v_0/R_0)^6T^6 \dots \quad (5)$$

Исключим в разложении (5) первый член разложения, как не зависящий от параметра R_0 . Далее, так как члены со степенями выше 2-й быстро убывают, исключим и их. Тогда видно, что зависимость $d\varphi(T)$ от dR_{0R} квадратична, а величины dR_{0R} , равно как и $d\varphi(T)$, должны иметь пределы. Для dR_{0R} и $d\varphi_0(T)$ имеем: $dR_{0R}=(\lambda/2\pi)(R_0/v_0)^2(d\varphi_0(T)/T^2)$. Подставив сюда как и ранее, значение $T=T_{TC}/2$, полученное из (3), а также $d\varphi_0(T)/T^2=|d\varphi(T)|_m$, найдем ширину “полосы пропускания” ОФ по параметру dR_{0R} : $dR_{0R}=(8/\pi)((\tau_{аз})^2/\lambda)|d\varphi(T)|_m$. Как пример, для принятой величины $|d\varphi(T)|_m/2\pi\leq 1/8$ получим $dR_{0R}=2((\tau_{аз})^2/\lambda)$. Действуя аналогично, для вариаций dv_0 параметра v_0 находим выражения $dv_0=(4/\pi)(R_0/v_0)((\tau_{аз})^2/\lambda)d\varphi(T)$, и, для $|d\varphi(T)|_m/2\pi\leq 1/8$ получим $dv_0=(R_0/v_0)((\tau_{аз})^2/\lambda)$. При этом вектор вариации скорости предполагался направленным по полету носителя РЛС. Вариации dg_{0R} параметра g_{0R} , напротив, выберем по направлению траверса. Тогда, подставив в формулу (4) выражение $R(T)=2R_0+0.5dg_{0R}T^2$, получим равенство $dg_{0R}=(8/\pi)(R_0/v_0)^2((\tau_{аз})^2/\lambda)d\varphi(T)$, и оценку $dg_{0R}=2(R_0/v_0)^2((\tau_{аз})^2/\lambda)$ для $|d\varphi(T)|_m/2\pi\leq 1/8$. Для полноты картины, ниже приведем пример ряда рассчитанных полос пропускания (ОФ) по параметрам dR_0 , dv_{0Z} и dg_{0R} для $d\varphi_m=\pi/8$, набора значений $\tau_{аз}$ и $(v_0/R_0)\approx 1\cdot 10^{-2}c^{-1}$:

$$dR_{0Rm}=(\tau_{аз})^2/\lambda; dv_{0Zm}=(1/2)((\tau_{аз})^2/\lambda)(v_0/R_0); dg_{0Rm}=(\tau_{аз})^2/\lambda(v_0/R_0)^2.$$

Таблица 1. Рассчитанные полосы пропускания (ОФ) по параметрам dR_0 , dv_{0Z} и dg_{0R}

λ	Разрешение по азимуту	Время синтеза T_{TC} , сек											
		3.0	1.5	1.0	0.75	0.50	0.40	0.25	0.12	0.08	0.06	0.03	0.02
3см	$\tau_{аз}$, М	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	3.75	6.0	12.5	18.8	25.0	50	75
	dR_{0Rm} , КМ	0.01	0.03	0.075	0.133	0.30	0.47	0.20	5.21	11.7	20.8	83.3	250
	dv_{0Zm} , М/с	0.04	0.16	0.375	0.665	1.50	2.34	6.00	26.0	58.6	104	416	600
	dg_{0Rm} , ММ/с ²	0.83	3.33	7.50	13.3	30.0	46.9	120.0	521	1172	2083	8333	18750

Эта таблица наглядно показывает пределы действия одной опорной функции и проблемы реализации квазиоптимальной обработки, порождаемые квадратичной зависимостью полос пропускания свертки по параметрам движения РЛС от желаемого разрешения по азимуту. Так, например, для разрешения $\tau_{аз}\sim 10 \div 20$ м практически достаточно иметь прогноз лишь текущих координат КА с ошибками порядка $\sim 5 \div 10$ км. А вот улучшение разрешения на порядок потребует полного и аккуратного навигационного обеспечения синтеза РЛИ от систем типа ГЛОНАСС/GPS.

Приводимые в таблице значения dR_{0Rm} , dv_{0Zm} , и dg_{0Rm} прямо пропорциональны значению $d\varphi_m$ и обратно пропорциональны длине волны, несущей λ . Поэтому для других пределов фазовой ошибки и диапазонов несущих пересчет значений при необходимости не составит труда. Те или иные найденные полосы пропускания ОФ по кинетическим параметрам явно или неявно указывают структуру многоканальной обработки по параметрам R_0 , v_{0Z} и g_{0R} . Таким образом, они задают требования к навигационному обеспечению съемки по технологии РСА. Равным образом, они определяют глубину поиска и подстройки в режимах автофазировки, используемых в случае отсутствия такого обеспечения.

Синтез опорной функции по данным о траектории КА

Проведенный анализ позволяет рассмотреть синтез опорной функции по известным навигационным данным о движении РЛС. Ниже мы рассмотрим это применительно к условиям космического наблюдения. В общем случае описание ОФ (4) в координатной форме имеет вид:

$$R(T) = (\sum (x_i(T) - x_{i0p})^2)^{0.5}.$$

Пусть в массив текущих координат РЛС x_i для ТС, и координаты траверсного ПЭР x_{i0p} определены в геоцентрической гринвичской системе координат. Аргумент траекторного сигнала T зададим в отклонениях $dT = T - T_0$ от момента T_0 , лежащих в пределах $(-0.5T_c \leq dT \leq 0.5T_c)$. Однако для анализа и практики прямое использование исходных данных $x_i(T)$ о движении КА массивом неудобно.

Поэтому определим текущие координаты КА $x_i(T)$, используя простой прогноз движения РЛС по начальным условиям (НУ) на малом отрезке траектории (дуге) длиной T_{TC} . Определим *расширенный* вектор состояния (РВС) КА как блочный вектор $\vec{N} = (\vec{x}, \vec{v}, \vec{g}; T)$, с аргументом время T , объединяющий известные вектора \vec{x}, \vec{v} , и дополнительно – вектор $\vec{g} = (g_x, g_y, g_z)$. Вектор \vec{g} сообщает текущие значения ускорений правых частей уравнений движения КА, выраженных в ГПССК. Тогда вектор $\vec{N}_0 = (\vec{x}_0, \vec{v}_0, \vec{g}_0; T_0)$ представит собой *расширенные* НУ, заданные для движения КА на половине дуги ТС в момент времени T_0 . Текущие компоненты вектора РВС КА \vec{N}_0 даются баллистическим обеспечением КА. В частности, компоненты $\vec{x}, \vec{v}, \vec{g}$ вектора \vec{N} на длительности ТС, удобно задать полиномами времени T невысокого порядка. Коэффициенты этих полиномов определяются как пошаговые приращения параметров траектории по данным прогноза движения КА.

Например, для полинома первого порядка текущие вектора $\vec{x}, \vec{v}, \vec{g}$ в момент времени T запишем как $\vec{v} = \vec{v}_0 + d\vec{v}_0 \cdot T$, $\vec{g} = \vec{g}_0 + d\vec{g}_0 \cdot T$, а вектор \vec{x} в момент T найдем по векторам \vec{v}, \vec{g} . Тогда $\vec{x} = \vec{x}_0 + (\vec{v}_0 + d\vec{v}_0 \cdot T)T + 0.5(\vec{g}_0 + d\vec{g}_0 \cdot T) \cdot T^2$ есть текущие координаты КА, где вектора $d\vec{v}_0, d\vec{g}_0$ являются малыми первого порядка относительно векторов \vec{v}, \vec{g} . Подставив вектор \vec{x} в $R(T)$, добавив координаты траверсного ПЭР $\vec{x}_{0p} = const$, используя скалярное произведение векторов $(\vec{a}^T \cdot \vec{b})$ в координатной форме, после элементарных преобразований получим общее выражение для ОФ:

$$R(T) = \left[\begin{aligned} & |\vec{R}_0|^2 + 2(\vec{R}_0^T \cdot \vec{v}_0)T + [|\vec{v}_0|^2 + (\vec{R}_0^T \cdot \vec{g}_0) + 2(\vec{R}_0^T \cdot d\vec{v}_0)]T^2 + [(\vec{v}_0^T \cdot \vec{g}_0) + 2(d\vec{v}_0^T \cdot \vec{g}_0) + \\ & (\vec{R}_0^T \cdot d\vec{g}_0)]T^3 + [0.25|\vec{g}_0|^2 + |d\vec{v}_0|^2 + (\vec{v}_0^T \cdot d\vec{g}_0) + (d\vec{v}_0^T \cdot \vec{g}_0)]T^4 + [(d\vec{v}_0^T \cdot d\vec{g}_0) + \\ & 0.5(\vec{g}_0^T \cdot d\vec{g}_0)]T^5 + 0.25|d\vec{g}_0|^2 T^6 \end{aligned} \right]^{0.5}$$

Полученное общее выражение можно упростить. Прежде всего, исключим член

$2(\vec{R}_0^T \vec{v}_0)T$ с первой степенью T , так как вектора R_0^T, v_0 по определению траверсной плоскости ортогональны. Далее, все члены, содержащие вектора вида $d\vec{a}$ сгруппируем в поправку ε первого порядка малости относительно всех оставшихся членов. Наконец, вынесем член $|\vec{R}_0|^2$ из-под радикала и снова используем скалярное произведение, но уже в тригонометрической форме. Тогда приближенное представление ОФ примет вид:

$$\tilde{R}(T) = R(T)/|\vec{R}_0| = \left[1 + [|\vec{R}_0|^{-2} |\vec{v}_0|^2 + |\vec{R}_0|^{-1} |\vec{g}_0| \cos(\vec{R}_0 \angle \vec{g}_0)] T^2 + [|\vec{R}_0|^{-2} + |\vec{v}_0| |\vec{g}_0| \cos(\vec{v}_0 \angle \vec{g}_0)] T^3 + \right]^{0.5} + 0.25 |\vec{R}_0|^{-2} |\vec{g}_0|^2 T^4 + \varepsilon$$

Теперь хорошо видно, что все члены суммы оказываются существенно меньшими единицы. Члены со степенью T выше двух также малы, и все они входят в остаточный малый член ε . Тогда, разложив радикал ОФ: $\tilde{R}(T) = (1 + \mu)^{-0.5} = 1 + 0.5\mu - 0.125\mu^2 + \dots$ по малому параметру $\mu \ll 1$ получаем окончательно выражение параболы 2-й степени:

$$\tilde{R}(T) \approx (1 + 0.5\mu) \approx 1 + 0.5[|\vec{R}_0|^{-2} |\vec{v}_0|^2 + |\vec{R}_0|^{-1} |\vec{g}_0| \cos(\vec{R}_0 \angle \vec{g}_0)] T^2. \quad (6)$$

Полученное приближение ОФ для $\tilde{R}(T)$ ясно показывает роль и взаимодействие всех трех компонент вектора N_0 . Основную роль играет траверсная наклонная дальность R_0 . Затем, ее значение корректируется модулем относительной скорости v_0 . Наконец, появляется поправка к скорости – проекция вектора управляющего ускорения g_0 (напомним, в ГПССК!) на направление вектора траверсной наклонной дальности R_0 .

Полученное приближение при необходимости подсказывает пути его уточнения повышением порядка полинома. Далее, оно позволяет оценить вклад различных компонент в ошибку ОФ, если для нее задана требуемая точность представления. Наконец, оно подсказывает логику анализа ОФ для случая некосмического носителя РСА.

Итак, оказывается, что ОФ $R(T)$ при довольно общих условиях и разрешении $\tau_{аз} \geq 0.80\text{м}$, является параболой с коэффициентом при квадратичном члене, объединяющим вклад всех компонент вектора расширенных НУ движения КА в траверсной точке N_0 .

Квадратичное приближение ОФ и область его применения для частных случаев носителей РЛС и траекторий полета можно подтвердить, проведя анализ параметров конкретных реальных траекторий носителя РСА и оценив их изменчивость. Это проще всего выполнить численным конкретным моделированием определения ОФ. Квадратичное приближение подсказывает два способа определения функции $\tilde{R}(T)$ по составляющим вектора $(\vec{x}, \vec{v}, \vec{g}; T)$. Первый из них заключается в ее явном расчете по выражению (6) и данным для выбранной точки траектории КА.

Второй же способ основывается на том же приближении ОФ. Так как парабола определяется двумя параметрами, то для ее неявного расчета (учитывающего компоненты вектора $\vec{N} = (\vec{x}, \vec{v}, \vec{g}; T)$) необходимо и достаточно иметь два измерения текущей наклонной дальности до выбранного траверсного ПЭР, принадлежащих двум точкам ТС КА. Очевидно, что наиболее удобно использовать точки центра и края дуги ТС. Текущие координаты КА могут поставляться навигационным обеспечением его полета.

Привязка полученного РЛИ ПЭР к общей системе координат

Последним вопросом, который осталось рассмотреть, является определение места, полученного РЛИ ПЭР. То есть, нужно решить задачу привязки РЛИ к некоторой системе координат. Классическая схема синтеза, рассмотренная в самом начале (рис.1) фактически сама показывает общий подход к ее решению. Корректное описание теку-

шего вектора состояния РЛС, траверсная плоскость как средство связи текущего положения РЛС и ПЭР, и, наконец, определение ОФ как ключевого элемента синтеза траверсного ПЭР сами по себе показывают подход к решению этой задачи.

Ниже мы приведем алгоритмы привязки РЛИ ПЭР для случая космического радиолокационного наблюдения. То есть, теперь классическая схема синтеза должна быть повторена и встроена в геометрическую глобальную прямоугольную систему координат, связанную с Землей (гринвичскую) и объединенную со шкалой единого (всемирного) времени (ГПССК), являясь ее частью (рис.6).

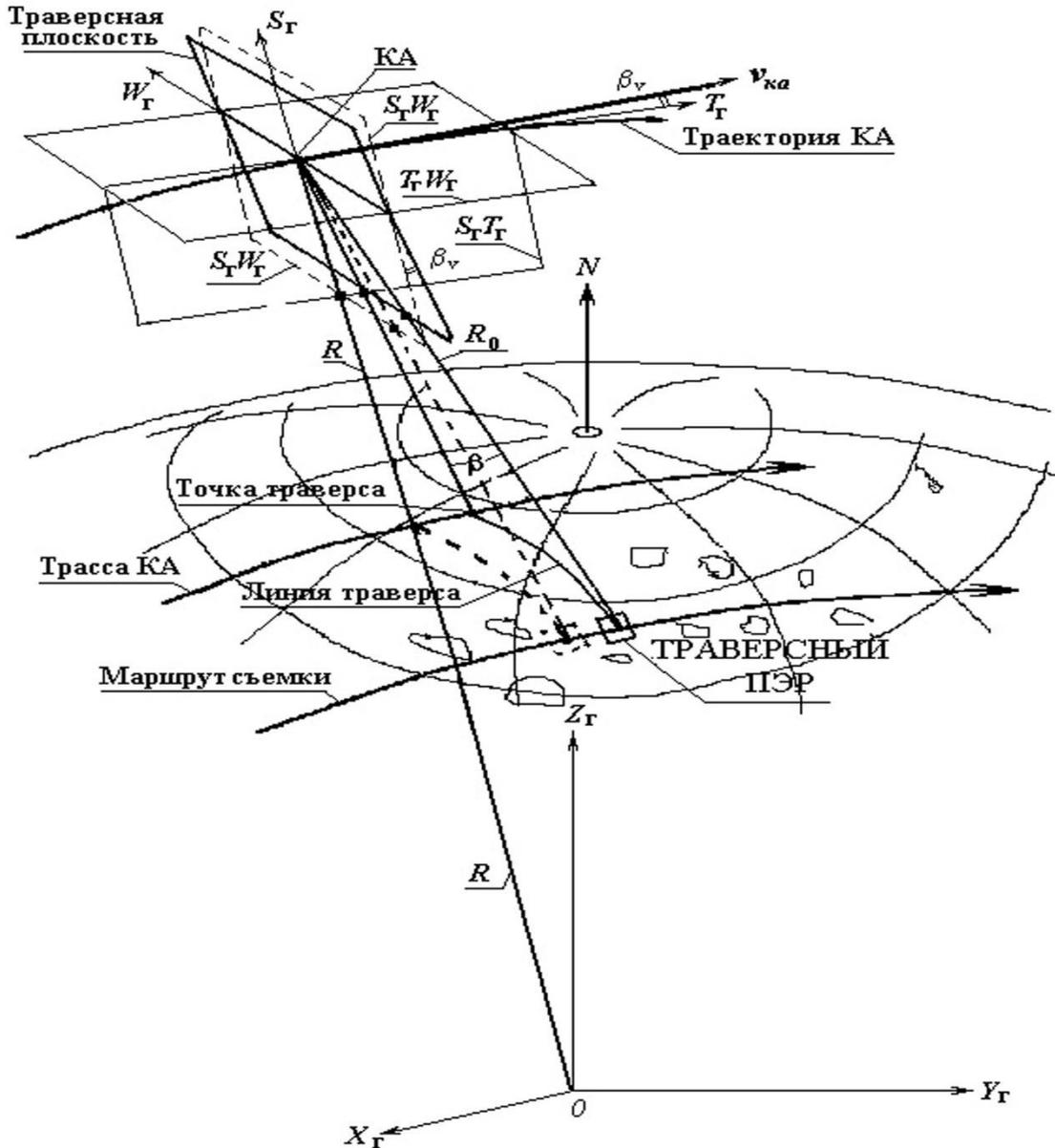


Рис. 6. Схема синтеза при космическом обзоре

Текущие параметры траектории полета КА, то есть компоненты расширенного текущего вектора состояния $\vec{N} = (\vec{x}, \vec{v}, \vec{g}; T)$, служат той координатно-временной основой, в которой реализуется технология РСА. В этой схеме текущие параметры полета КА, дуги синтеза траекторий, и сами траекторные сигналы, представляют собой заведомо нестационарные и динамически изменяющиеся во времени объекты, эволюции которых необ-

ходимо учитывать и отслеживать в тех или иных пределах. Вектор скорости по-прежнему определяет траверсную плоскость, а также привязку траверсного ПЭР к поверхности Земли. Реальная фигура Земли должна представляться сжатым общеземным эллипсоидом (ОЗЭ) вращения ПЗ-90, как опорная поверхность, узаконенная постановлением Правительства России.

Как и в схеме рис.1, определим положение ПЭР осью наклонной дальности, то есть прямой, проходящей в момент времени T_0 через РЛС и центр траверсного ПЭР под вспомогательным углом β к вертикали. Уравнение этой прямой будем использовать в параметрическом виде, где параметром будет являться текущая наклонная дальность R . Тогда определение координат центра траверсного ПЭР по известным текущим радиус-вектору КА $\vec{x}_0(x_0, y_0, z_0)$, вектору скорости $\vec{v}_0(v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$ КА и полуосям ОЗЭ a, b, c выполняется в ГПССК 5-ю шагами [8]:

1. Находим компоненты вектора \vec{w}_Γ определяя векторное произведение радиус-вектора КА \vec{x}_0 на вектор скорости \vec{v}_0 : $\vec{w}_\Gamma = \vec{x}_0 \times \vec{v}_0$. Эти компоненты равны: $w_x = y_0 v_{0z} - z_0 v_{0y}$; $w_y = z_0 v_{0x} - x_0 v_{0z}$; $w_z = x_0 v_{0y} - y_0 v_{0x}$. Дополнительно находим норму вектора $|\vec{w}_\Gamma|$ как $|\vec{w}_\Gamma| = (w_x^2 + w_y^2 + w_z^2)^{0.5}$, а затем и его направляющие косинусы: $\cos \alpha_w = w_x / |\vec{w}_\Gamma|$; $\cos \beta_w = w_y / |\vec{w}_\Gamma|$; $\cos \gamma_w = w_z / |\vec{w}_\Gamma|$.

2. Находим компоненты вектора $\vec{s}_\Gamma = \vec{w}_\Gamma \times \vec{v}_0$, направленного от КА к точке траверса на трассе КА, его норму и направляющие косинусы:

$$s_x = w_y v_{0z} - w_z v_{0y}; \quad s_y = w_z v_{0x} - w_x v_{0z}; \quad s_z = w_x v_{0y} - w_y v_{0x}; \quad |\vec{s}_\Gamma| = (s_x^2 + s_y^2 + s_z^2)^{0.5}$$

$$\cos \alpha_s = s_x / |\vec{s}_\Gamma|; \quad \cos \beta_s = s_y / |\vec{s}_\Gamma|; \quad \cos \gamma_s = s_z / |\vec{s}_\Gamma|.$$

3. Вычисляем направляющие косинусы вектора линии привязки R_0 поворотом осей w_Γ, s_Γ , в траверсной плоскости на угол β :

$$\cos \alpha_r = \cos \beta_s \cdot \cos \beta + \cos \alpha_w \sin \beta; \quad \cos \beta_r = \cos \beta_s \cdot \cos \beta + \cos \beta_w \sin \beta;$$

$$\cos \gamma_r = \cos \beta_s \cdot \cos \beta + \cos \gamma_w \sin \beta$$

4. Находим наклонную дальность R_0 от КА до точки пересечения линии привязки с ОЗЭ, заданного выражением $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$. Линию привязки, проходящую через точку \vec{x}_0 в направлении, которое уже задано формулами п.3, определим как параметр R_0 в системе трех уравнений: $x = x_0 + R_0 \cos \alpha_r$; $y = y_0 + R_0 \cos \beta_r$; $z = z_0 + R_0 \cos \gamma_r$; . Тогда координаты точки ее пересечения $\vec{x}_p(x_p, y_p, z_p)$ с поверхностью ОЗЭ, находятся подстановкой уравнения линии в уравнение ОЗЭ. Подставив их, получаем квадратное уравнение относительно наклонной дальности R_0 в виде $AR_0^2 + 2BR_0 + C = 0$, где $A = b^2 c^2 \cos^2 \alpha_r + a^2 c^2 \cos^2 \beta_r + a^2 b^2 \cos^2 \alpha_r$, $B = b^2 c^2 x_0 \cos^2 \alpha_r + a^2 c^2 y_0 \cos^2 \beta_r + a^2 b^2 z_0 \cos^2 \alpha_r$, и $C = b^2 c^2 x_0^2 + a^2 c^2 y_0^2 + a^2 b^2 z_0^2 - a^2 b^2 c^2$. Решение уравнения есть: $R_{1,2} = -B \pm (B^2 - AC)^{0.5} / A$, а величина R_0 выбирается как минимальное значение из двух решений $R_{1,2}$. Мнимость решения указывает на отсутствие пересечения линии привязки с поверхностью ОЗЭ.

5. В заключение находятся координаты $\vec{x}_p(x_p, y_p, z_p)$ привязываемого ПЭР, которые определяются подстановкой величины R_0 , найденной по п.4, в формулу параметрического задания линии привязки. Поскольку найденные координаты привязанного ПЭР определены в ГПССК, то они в ней же позволяют выполнить по ним относительную привязку остальных точек целого РЛИ. Отметим, что процедура и точность привязки полностью определяются знанием кинематических параметров носителя РЛС. В свою оче-

редь, последние также целиком определяются навигационным обеспечением полета носителя РЛС. В частности, исчерпывающим решением вопроса является системное использование космических навигационных систем типа ГЛОНАСС/GPS.

Пример численного моделирования синтеза ОФ по навигационным данным

В заключение покажем применение рассчитанных приближений функций ОФ на нескольких примерах, отвечающих предыдущему рассмотрению. Оценку таких приближений будем производить, сравнивая их с исходной ОФ, рассчитанной по полным точным данным НБО, и принятой за идеальную. В качестве исходных навигационных данных будем использовать траекторию носителя РСА, рассчитанную по точным данным НБО КА с достаточно мелким шагом.

Объектом сравнения примем разность исходного вида функции $R(T)$ и ее различных приближений $\tilde{R}(T)$. Для конкретности будем моделировать условия синтеза РЛИ траверсного ПЭР, предполагая работу РЛС в диапазоне X ($\lambda=3\text{см}$) на реальной траектории КА, соответствующей типичной орбите космического радиолокационного зондирования. На этой орбите была произвольно выбрана точка, в которой параметры вектора расширенных начальных условий \vec{N}_0 в момент времени T_0 оказались равными, соответственно $|\vec{R}_0|=840\text{км}$, $|\vec{v}_0|=7,663\text{км/с}$, $|\vec{g}_0|=7.673\text{м/с}^2$. Затем, по алгоритмам предыдущего раздела рассчитывались координаты траверсного ПЭР. Рассматривался случай высокого разрешения, как наиболее критичный, и, поэтому, далее предполагается получить разрешение порядка $\tau_{аз} \approx 1\text{м}$. Необходимая длительность траекторного сигнала определенная по основному соотношению синтеза $T_c \cdot \tau_{аз} = 0.5\lambda(R_0 / v_0)$ (Кокорин, В.И. 2007, Верба, В. С. 2010) равна $T_c \approx 1.8\text{с}$. При этом допустимая максимальная ошибка ОФ должна составлять $dR_m = \lambda / 8 \approx 4\text{мм}$

Затем, по расчетным данным НБО КА для выбранной дуги синтеза находились идеальная функция $R(T)$, функция ${}_1\tilde{R}(T)$ (приближение ОФ по одной точке траектории, полином нулевой степени) и функция ${}_2\tilde{R}(T)$ (приближение ОФ параболой по двум точкам). В заключение определялись ошибки рассчитанных вариантов ОФ относительно идеальной. Полученные разности ${}_1\tilde{R}(T) - R(T)$ и ${}_2\tilde{R}(T) - R(T)$ показаны на рисунке 7 и отмечены цифрами 1 и 2 соответственно.

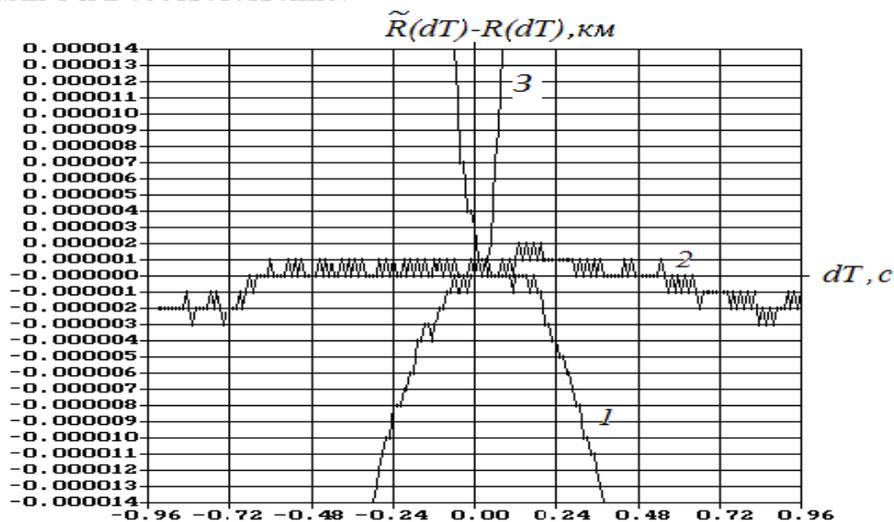


Рис. 7. Сравнение приближенных опорных функций с идеальной

Рассмотрим сначала ОФ, рассчитанную по варианту 1 (кривая 1 на рис.7). Оказывается, что она на полной длительности ТС обременена ошибками, заметно выходящими за допустимые (± 4 мм). В этих пределах допустимая ошибка сохраняется лишь при длительности траекторного сигнала $T_c \lesssim 0.60c$. Следовательно, использование ОФ с длительностью $T_c \approx 1.8c$ приведет к весьма заметным потерям мощности выходных сигналов и разрешения (см.рис.5). Укорочение длительности траекторного сигнала (и, соответственно, ОФ) до значения $T_c \sim 0.6c$ позволит ограничить ошибки ОФ допустимым уровнем. Оно же устранил потери сигнала, но реализует разрешение в пределах $\sim 2.5 \div 3.0$ м. Очевидно, что вернуться к разрешению порядка метра, синтезируя ОФ по 1-му варианту, можно, видимо, лишь повысив степень полиномов в описании компонент \vec{v}_0, \vec{g}_0 (например, хотя бы до первой). Однако здесь мы этого делать не будем, и обратимся к синтезу ОФ непосредственно по реальной траектории.

Тогда, проведя расчет параметров параболы по второму варианту получим новую ОФ (кривая 2 на рис.7). Как оказывается, видно, что этот вариант, оказывается, удовлетворяет самым жестким нормам по ошибкам ОФ $\sim \pm(1 \div 2)$ мм. Поэтому потери мощности выходного сигнала при обработке будут практически отсутствовать. Более того, полученная ОФ, по-видимому, способна обеспечить разрешение, даже несколько превышающее заданное, если использовать увеличенную длительность траекторного сигнала. Полученный результат подтверждает факт, обнаруженный ранее. Именно, что для получения разрешения порядка метра (и менее) может быть реальная функция $R(T)$ по форме достаточно близкой к параболе. Таким образом оказывается, что все, необходимое для получения заданного разрешения – это всего лишь правильный выбор коэффициента параболы для члена 2-й степени. В частности, для 1-й кривой этот выбор оказался неудачным.

Заключение рассматриваемого примера вернемся к 1-й ОФ. Здесь синтез ОФ производился по всем трем компонентам РВС, а именно, координатам, скоростям и ускорениям. Поэтому стоит показать, что изменит неполный учет всех трех составляющих (в рамках принятой структуры приближения ОФ). Для этого проведем повторный синтез ОФ, полагая $\vec{g}_0 = 0$ (то есть, считая траекторию полета прямой). Соответствующая ошибка полученной ОФ показана на рис. 7 кривой 3. Оказывается, что разрешение падает до значений $12 \div 13$ м. Отсюда хорошо видно, какова критичность синтеза ОФ при высоком разрешении и потери, которые можно получить, не учитывая (явно, или неявно) характер реальной траектории КА.

Приведенные примеры, конечно, следует рассматривать как частную иллюстрацию к общему подходу формирования РЛИ. Тем не менее, они наглядно показывают необходимость и направления дальнейших специальных исследований кинематики полета носителя РЛС и ее системного согласования с алгоритмами синтеза РЛИ, работающими в комплексе космического радиолокационного наблюдения. Пока, к сожалению, такие работы в как в отечественной, так и в зарубежной литературе практически отсутствуют. Поэтому авторы надеются, что настоящая работа послужит стимулом к продолжению необходимых исследований

Выводы

1. Проведен системный и междисциплинарный анализ основных принципов построения современного комплекса космического радиолокационного обзора земной поверхности, использующего технологию РСА. Показано, что корректное использование единой координатно-временной системы координат позволяет дать наглядное и практически удобное описание всех этапов синтеза РЛИ.

2. Рассмотрены общие характеристики алгоритмов оптимального синтеза радиолокационного изображения и его точной привязки к глобальной геоцентрической связанной системе координат. Показано, что исчерпывающими исходными данными для всех этих операций являются лишь параметры траектории полета носителя РСА, получаемые от системы навигационно-баллистического обеспечения полета КА.

3. Полученные результаты продемонстрированы результатами математического моделирования и рекомендуются для использования в разработках технологии РСА с высоким разрешением, использующим как космические, так и некосмические носители РЛС.

Литература

1. Реутов А.П. и др. Радиолокационные станции бокового обзора. М.: Советское радио, 1970. 360 с.
2. Верба В. С., и др. Радиолокационные системы землеобзора космического базирования, Радиотехника, Москва, 2010, С. 676.
3. Кокорин В.И., Поль В.Г. Технология радиолокации с синтезом апертуры. - методическое пособие, Красноярск, СФУ, 2007, С.203.
4. Казаринов Ю.М. Радиотехнические системы, Москва, высшая школа 1990, С.496.
5. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы, Москва, Радио и связь, 1986, с. 512.
6. Горяинов В.Т. и др. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны. ред. М.: Радио и связь, 1988. С. 384
7. Кондратенков Г.С. Фролов А. Ю. Радиовидение – радиолокационные системы зондирования Земли М.: Радиотехника, 2005. С.368.
8. Евграфов А. Е., Поль В. Г. Геометрия космического радиолокационного зондирования Земли по технологии синтезированной апертуры и координатная привязка полученных изображений, Вестник ФГУП НПО и. С. А. Лавочкина, 2015, №2 С.19-25.
9. W.M.Siebert. A radar detection philosophy, IRE Trans.IT-2, vol.2, sept.,1956,pp.204-221.